

Hong Kong Mathematics Olympiad (1995 – 96)

Heat Event (Group)

香港数学竞赛 (1995 – 96)

初赛项目 (团体)

1. In Figure 1, the quadratic curve $y = f(x)$ cuts the x -axis at two points $(1, 0)$ and $(5, 0)$ and the y -axis at the point $(0, -10)$. Find the value of p .

在图 1 中，二次函数曲线 $y = f(x)$ 交 x -轴于点 $(1, 0)$ 和 $(5, 0)$ ，及 y -轴于点 $(0, -10)$ 。求 p 的值。

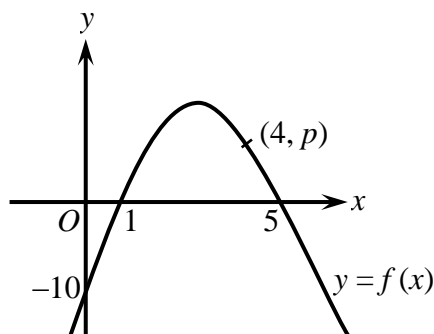


Figure 1

图 1

2. In Figure 2, O is the centre of the base circle of a cone and the points A , B , C and O lie in the same plane. An ant walks from A to B on the surface of the cone. Find the length of the shortest path from A to B .

在图 2 中， O 是圆锥体底部的圆心； A 、 B 、 C 及 O 为同一平面上的点。若一蚂蚁在圆锥曲面上由 A 走到 B ，找出由 A 到 B 的最短路线的长度。

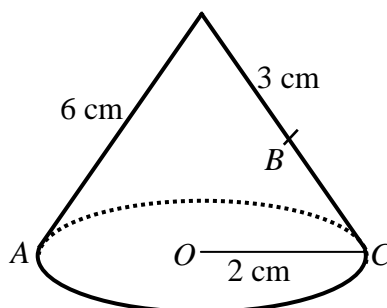


Figure 2

图 2

3. When a sum of \$7020, in the form of ten-dollar notes, is divided equally among x persons, \$650 remains. When this sum \$650 is changed to five-dollar coins and then divided equally among the x persons, \$195 remains. Find x .

当一迭面值 7020 元的十元纸币被等分给 x 人时，余下 650 元。把剩下的 650 换成 5 元硬币再等分给 x 人时，余下 195 元。求 x 。

4. In a shooting competition, according to statistics, A misses one in every 5 shoots, B misses one in every 4 shoots and C misses one in every 3 shoots. Find the probability of obtaining successful shoots by A and B but C .

在一射击比赛中，根据统计纪录， A 每 5 发射击则有一发落空， B 每 4 发射击则有一发落空，而 C 每 3 发射击则有一发落空。若 A 、 B 、 C 同时各发一枪，求 A 和 B 命中而 C 落空的概率。

5. Given that $\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$, find the value of $\frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \cdots + \frac{1}{99 \times 100}$.

已知 $\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$ ，求 $\frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \cdots + \frac{1}{99 \times 100}$ 的值。

6. If 3 is added to a 3-digit number A , the sum of the digits of the new number is $\frac{1}{3}$ of the value of the sum of digits of the original number A . Find the sum of all such possible numbers A .

若三位数 A 加上 3，所得新数的三个数字之和为原先 A 的三个数字之和的三分之一。求所有可能的数 A 的总和。

7. In Figure 3, the side of each smaller square is 1 unit long. Find the sum of the area of all possible rectangles (squares included) that can be formed in the figure.

在图 3 中，每个小正方形的边长为 1 单位。求图中所有可能组成之长方形（包括正方形）的面积之和。

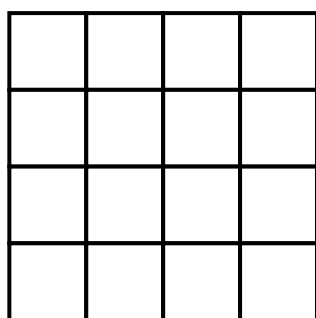


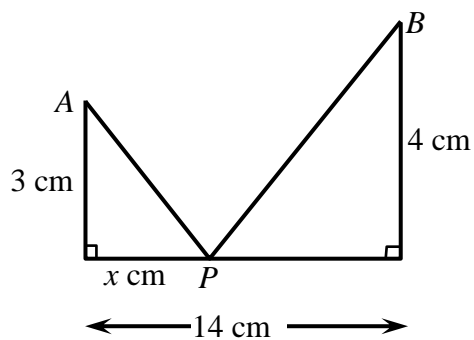
Figure 3
图 3

8. If prime numbers a , b are the roots of the quadratic equation $x^2 - 21x + t = 0$, find the value of $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$.

若质数 a 、 b 为二次方程 $x^2 - 21x + t = 0$ 的根，求 $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ 的值。

9. Find the value of x such that the length of the path APB in the figure is the smallest.

求 x 的值使得图中路线 APB 的长度最小。



10. Find the unit digit of the sum $1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + 123456789^2$.

求下列总数的个位数。 $1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + 123456789^2$ 。